5.2 Tabellen spezieller Fourier-Transformationen

Die nachfolgenden Tabellen enthalten einige in den technischen Anwendungen besonders häufig auftretende Funktionenpaare (Korrespondenzen):

- **Tabelle 1: Exponentielle** Fourier-Transformationen
- **Tabelle 2:** Fourier-**Sinus**-Transformationen
- **Tabelle 3:** Fourier-**Kosinus**-Transformationen

Tabelle 1: Exponentielle Fourier-Transformationen

Hinweis: $a > 0, \qquad b > 0$

Bei den Korrespondenzen Nr. 15 bis Nr. 23 handelt es sich um die Fourier-Transformierten sog. „verallgemeinerter" Funktionen (Distributionen).

	Originalfunktion $f(t)$	Bildfunktion $F(\omega)$
(1)	$\sigma(t-a) - \sigma(t-b) = \begin{cases} 1 & a \le t \le b \\ \text{für} & \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ (mit $a < b$)	$\mathrm{j} \cdot \dfrac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}b\omega} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}a\omega}}{\omega}$
(2)	$\sigma(t+a) - \sigma(t-a) = \begin{cases} 1 & \lvert t \rvert \le a \\ \text{für} & \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$	$\dfrac{2 \cdot \sin(a\omega)}{\omega}$
(3)	$\sigma(t+a) - \sigma(t) = \begin{cases} 1 & -a \le t \le 0 \\ \text{für} & \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$	$\mathrm{j} \cdot \dfrac{1 - \mathrm{e}^{\mathrm{j}a\omega}}{\omega}$
(4)	$\sigma(t) - \sigma(t-a) = \begin{cases} 1 & 0 \le t \le a \\ \text{für} & \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$	$\mathrm{j} \cdot \dfrac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}a\omega} - 1}{\omega}$
(5)	$\begin{cases} a - \lvert t \rvert & \lvert t \rvert \le a \\ \text{für} & \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$	$\dfrac{2[1 - \cos(a\omega)]}{\omega^2}$
(6)	$\dfrac{1}{a^2 + t^2}$	$\dfrac{\pi}{a} \cdot \mathrm{e}^{-a\lvert\omega\rvert}$

Tabelle 1: (Fortsetzung)

	Originalfunktion $f(t)$	Bildfunktion $F(\omega)$
(7)	$\dfrac{t}{a^2 + t^2}$	$\begin{cases} \mathrm{j}\pi \cdot \mathrm{e}^{-a\lvert\omega\rvert} & \omega < 0 \\ 0 \quad \text{für} & \omega = 0 \\ -\mathrm{j}\pi \cdot \mathrm{e}^{-a\lvert\omega\rvert} & \omega > 0 \end{cases}$
(8)	$\mathrm{e}^{-a\lvert t\rvert}$	$\dfrac{2a}{a^2 + \omega^2}$
(9)	$\mathrm{e}^{-at} \cdot \sigma(t)$	$\dfrac{1}{a + \mathrm{j}\omega}$
(10)	$t \cdot \mathrm{e}^{-at} \cdot \sigma(t)$	$\dfrac{1}{(a + \mathrm{j}\omega)^2}$
(11)	e^{-at^2}	$\sqrt{\dfrac{\pi}{a}} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\omega^2}{4a}}$
(12)	$\dfrac{\sin(at)}{t}$	$\begin{cases} \pi & \lvert\omega\rvert < a \\ \pi/2 \quad \text{für} & \lvert\omega\rvert = a \\ 0 & \lvert\omega\rvert > a \end{cases}$
(13)	$\mathrm{e}^{-at} \sin(bt) \cdot \sigma(t)$	$\dfrac{b}{(a + \mathrm{j}\omega)^2 + b^2}$
(14)	$\mathrm{e}^{-at} \cos(bt) \cdot \sigma(t)$	$\dfrac{\mathrm{j}\omega}{(a + \mathrm{j}\omega)^2 + b^2}$
(15)	$\delta(t)$ (Dirac-Stoß)	1
(16)	$\delta(t + a)$	$\mathrm{e}^{\mathrm{j}a\omega}$
(17)	$\delta(t - a)$	$\mathrm{e}^{-\mathrm{j}a\omega}$
(18)	$\mathrm{e}^{-\mathrm{j}at}$	$2\pi \cdot \delta(\omega - a)$
(19)	$\mathrm{e}^{-\mathrm{j}at}$	$2\pi \cdot \delta(\omega + a)$
(20)	$\cos(at)$	$\pi[\delta(\omega + a) + \delta(\omega - a)]$
(21)	$\sin(at)$	$\mathrm{j}\pi[\delta(\omega + a) - \delta(\omega - a)]$
(22)	$\delta(t + a) + \delta(t - a)$	$2 \cdot \cos(a\omega)$
(23)	$\delta(t + a) - \delta(t - a)$	$2\mathrm{j} \cdot \sin(a\omega)$